

FAM

## L'origine della fisica quantistica

Christian Ferrari

Liceo di Locarno

- Fase 1: fine 1800 – inizio 1900  $\implies$  **Crisi della fisica classica**
  - alcuni fatti sperimentali restano senza spiegazione
  - alcuni modelli classici mostrano dei limiti insormontabili

Le problematiche sorgono negli ambiti seguenti:

- radiazione elettromagnetica
- fisica delle basse temperature
- livello microscopico (atomi)

**Crisi della filosofia classica della Natura**

- Fase 2: 1900 – 1925  $\implies$  **La fase di transizione**
  - radiazione del corpo nero: teoria quantistica di Planck (1900)
  - teoria di Einstein della luce: i fotoni (1905)
  - teoria del calore specifico di Debye (1912)
  - modelli atomici e quantificazione di Bohr–Sommerfeld (1915)
  - l'esperienza di Stern – Gerlach (1922)
  - dualismo onda – particella di de Broglie (1923)
  
- Fase 3: 1925 – 1928  $\implies$  **Una vera rivoluzione scientifica**
  - la meccanica delle matrici di Heisenberg (07.1925)
  - l'introduzione dello spin (Uhlenbeck-Goudsmith) (10.1925)
  - la meccanica ondulatoria di Schrödinger (06.1926)
  - l'interpretazione probabilista di Born (07.1926)
  - Il principio di indeterminazione di Heisenberg (03.1927)
  - Il principio di complementarità di Bohr (1928)

- Fase 4: 1928 – 1935  $\implies$  **Il problema filosofico**
  - il problema dell'interpretazione della fisica quantistica
  - la scuola di Copenhagen (Bohr – Heisenberg)
  - la critica di Einstein – Podolsky – Rosen (EPR – 1935)
  
- Fase 5: 1964 – 1982  $\implies$  **I nuovi apporti sperimentali**
  - dopo 30 anni di oblio il problema dell'interpretazione rinasce
  - il teorema di Bell (1964)
  - interferenza di neutroni (single source), Rauch (1975)
  - gli esperimenti di Aspect (1982)

## Una nuova filosofia della Natura

- Fase 6: 1982 – 2007  $\implies$  **La quantum communication**
  - gli algoritmi quantistici, Feynmann (1982), Deutsch (1985)
  - la crittografia quantistica, Bennett–Brassard (1984)
  - il teletrasporto (1993–1997)

Alcuni campi di **applicazione della fisica quantistica**:

- tecnologia dei semiconduttori  $\implies$  elettronica
- tecnologia laser (Einstein – 1916, realizzato nel 1960)
- microscopio a effetto tunnel, microscopio elettronico
- risonanza magnetica nucleare
- chimica quantistica
- crittografia quantistica, quantum computer (?)

- **Meccanica classica:**

Galileo (1564–1642)	Newton (1672–1727)	Lagrange (1736–1813)	Hamilton (1805–1865)
------------------------	-----------------------	-------------------------	-------------------------

- **Termodinamica:**

Carnot (1736–1832)	Clausius (1822–1887)	Kelvin (1824–1907)
-----------------------	-------------------------	-----------------------

- **Elettrodinamica:**

Gauss (1777–1855)	Ampère (1773–1836)	Faraday (1791–1867)	Maxwell (1831–1879)
----------------------	-----------------------	------------------------	------------------------

- **Fisica statistica:**

Maxwell (1831–1879)	Boltzmann (1844–1908)
------------------------	--------------------------

**Principio di localizzazione.** I sistemi fisici esistono nello spazio e nel tempo in modo tale che essi sono localizzabili in punti o regioni arbitrariamente piccole dello spazio-tempo. In altri termini, i sistemi fisici possiedono sempre una posizione ben definita nello spazio-tempo.

**Principio del determinismo.** Qualsiasi stato successivo di un sistema può essere univocamente determinato a partire da uno stato iniziale conosciuto.

**Principi di compatibilità e di realtà.** Tutte le osservabili del sistema considerato sono:

- esattamente misurabili, ossia possiedono ad ogni istante un valore numerico ben definito;
- compatibili, ossia il valore che possiede un'osservabile ad un istante dato non pone nessun vincolo per i valori che possono assumere le altre osservabili a quel istante;
- in principio sempre misurabili senza influenzare il valore delle altre osservabili (si dice che la misura è ideale, ossia che non perturba il sistema).

Segue da questi principi che *ad ogni istante* le osservabili hanno un valore ben definito anche se esso non è conosciuto: esiste quindi una *“realtà” indipendente dall'osservatore*, descritta dalla fisica e che *preesiste alla misura*.

**Principio di separabilità.** Ogni sistema considerato da solo possiede uno stato che contiene l'informazione completa su tutte le proprietà del sistema e che dipendono dal tempo. Se si considera un sistema totale composto da più sottosistemi, allora lo stato del sistema totale è determinato dagli stati rispettivi dei sottosistemi.

**Principio di azione locale.** Questo principio concerne il cambiamento nel tempo dei sistemi fisici, esso stipula che le interazioni si propagano ad una velocità limitata.

Un **corpo nero** è un oggetto che assorbe ed emette energia elettromagnetica sottoforma di radiazione termica.

All'equilibrio termico di temperatura  $T$  si vuole conoscere la **densità spettrale di energia** (elettromagnetica) all'interno del corpo nero

$$u(\nu, T)$$

definita in modo tale che

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\nu, T) d\nu$$

rappresenti l'energia (elettromagnetica) totale per unità di volume per un corpo nero di temperatura  $T$ .

Primo risultato empirico

- **Legge di Stefan** (1879)

$$u(T) = \frac{4\sigma}{c} T^4$$

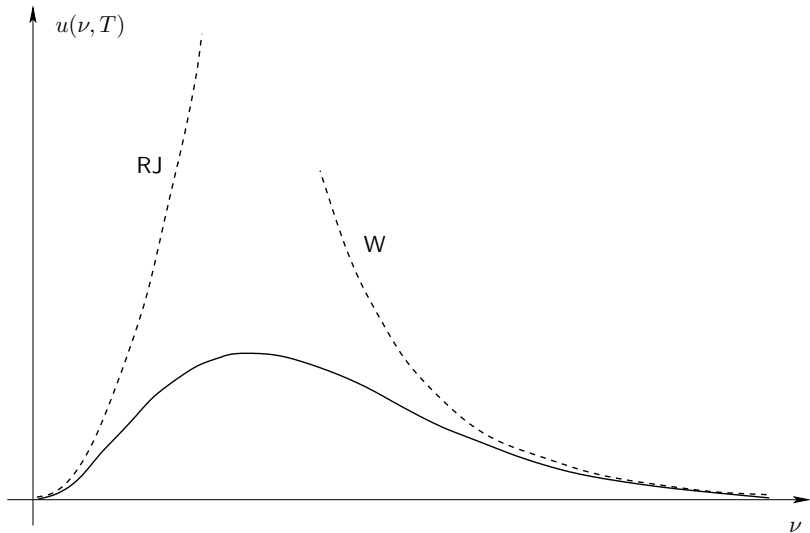
Due tentativi classici “incompleti”

- **Legge di Wien** (1884–1886)

$$u(\nu, T) = \alpha \nu^3 e^{-\gamma \frac{\nu}{T}}$$

- **Legge di Rayleigh–Jeans** (1900–1905)

$$u(\nu, T) = 8\pi \frac{\nu^2}{c^3} k_B T .$$



**Planck** (ottobre 1900)

- **Ipotesi:** assimilazione del corpo nero ad un insieme di oscillatori armonici e tale che l'energia media  $E(\nu, T)$  di *un oscillatore armonico* di frequenza  $\nu$  alla temperatura  $T$  è uguale alla densità di energia media di *un modo di vibrazione* del campo elettromagnetico di stessa frequenza:

$$E(\nu, T) = \frac{u(\nu, T)}{\text{num. di modi di freq. } \nu} .$$

- Sfruttando i risultati di Wien e Rayleigh–Jeans e la TD
- **Risultato:**

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{C\nu}{e^{\frac{C\nu}{k_B T}} - 1} \quad C > 0$$

## Planck (14 dicembre 1900)

- **Postulato di quantificazione:** per un'insieme di  $N$  oscillatori armonici identici l'energia totale  $NE(\nu, T)$  è distribuita sugli  $N$  oscillatori in multipli di un **quanto di energia**  $\varepsilon$ , cioè gli  $N$  oscillatori possono *scambiare* energia solo a pacchetti, multipli di  $\varepsilon$ .

Si hanno quindi  $P = \frac{NE}{\varepsilon}$  quanti di energia  $\varepsilon$ , da distribuire tra gli  $N$  oscillatori indistinguibili (di stessa frequenza)

- Sfruttando la TD l'idea geniale di Boltzmann per calcolare l'entropia

$$S_B = k_B \ln \Omega \quad \text{con} \quad \Omega = \binom{P + N - 1}{P}$$

- **Risultato:**

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{k_B T}} - 1} \quad \text{con } \varepsilon = h\nu$$

$h$  è chiamata **costante di Planck**.

- **Conclusioni:** Gli oscillatori di frequenza  $\nu$  possono scambiare energia unicamente a pacchetti multipli di  $h\nu$ . *L'energia della radiazione elettromagnetica può essere quindi scambiata unicamente a pacchetti.*

**Einstein (1905)**

- **Postulato di Einstein:** *anche* durante la propagazione nel vuoto l'energia della radiazione elettromagnetica di frequenza  $\nu$  può unicamente apparire nella forma di un multiplo *intero* di

$$E = h\nu$$

- Ci si rappresenta quindi la radiazione elettromagnetica come un gas di particelle immateriali chiamate **fotoni**.

**Planck (1908)**

- **Postulato di Planck:** i fotoni hanno un quantità di moto

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad \text{dove} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Si ha quindi che

- **le onde elettromagnetiche (radiazione elettromagnetica) sono costituite da particelle, i fotoni**, caratterizzati da

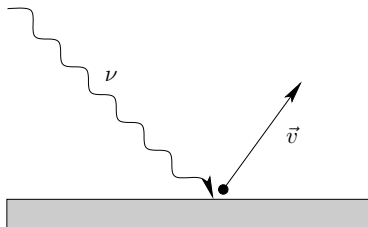
$$E = h\nu = \hbar\omega$$
$$\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{n} = \hbar\vec{k}$$

- Il fotone ha massa nulla.

**Hertz (1887)**

- La corrente elettrica tra due elettrodi aumenta quando questi ultimi sono sottoposti alla radiazione ultravioletta.
- Un'onda elettromagnetica monocromatica che incide su un metallo può strappare degli elettroni

⇒ **effetto fotoelettrico**



L'effetto fotoelettrico ha le seguenti particolarità:

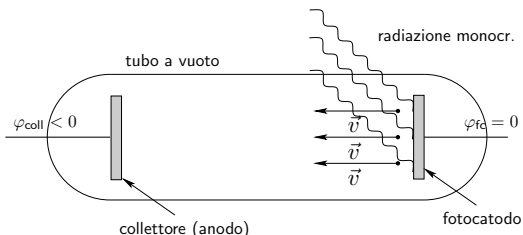
- l'*energia cinetica* degli elettroni strappati dal metallo non dipende dall'*intensità*, ma dalla *frequenza*  $\nu$  dell'onda elettromagnetica incidente;
- se si aumenta l'*intensità*, si osserva un aumento del *numero* degli elettroni emessi per unità di superficie del metallo ed unità di tempo;
- al decrescere della frequenza dell'onda elettromagnetica si raggiunge un punto in cui l'energia cinetica degli elettroni strappati è nulla, cioè nessun elettrone sfugge dalla superficie, e ciò anche se l'intensità dell'onda elettromagnetica è grandissima.

Spiegazione:

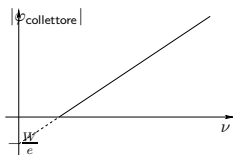
- nel metallo il fotone è completamente assorbito dall'elettrone,
- l'elettrone necessita di un'energia  $W > 0$ , chiamata *energia di estrazione* per essere strappato,
- conservazione dell'energia

$$E^{cin} + W = h\nu \implies E^{cin} = h\nu - W$$

## Millikan (1923): verifica sperimentale

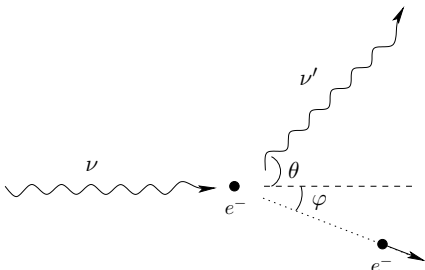


$$E_{\text{fotocatodo}}^{\text{cin}} = h\nu - W \geq -e\varphi_{\text{collettore}} \implies |\varphi_{\text{collettore}}| = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$



**Compton (1923)**

- L'**effetto Compton** è la diffusione della luce da parte di elettroni.



- Sperimentalmente si è osservato una variazione della lunghezza d'onda della luce pari a

$$\Delta\lambda = 0,0242(1 - \cos\theta) \text{ \AA} .$$

- La spiegazione teorica si basa sulla conservazione dell'energia e della quantità di moto (ossia del tetravettore  $p_\mu$ ) in ogni processo elementare:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$$

dove

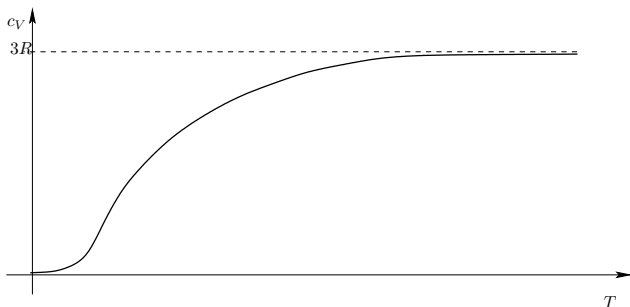
$$\lambda_C = \frac{h}{Mc} = 0,024262 \text{ \AA}$$

- Teoria classica: legge di Dulong–Petit

$$c_V = 3R .$$

- Sperimentalmente si osserva che *a basse temperature* nei solidi (isolanti)

$$c_V \propto T^3$$



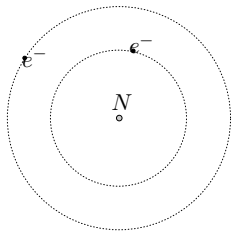
- **Modello di Einstein** (1907): il solido è assimilato a degli oscillatori armonici di stessa frequenza  
+ idea di Planck (quantificazione dell'energia)

$$c_V \approx \begin{cases} 3Nk_B & \text{se } k_B T \gg h\nu \\ 3Nk_B \left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)^2 e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} & \text{se } k_B T \ll h\nu \end{cases}$$

- **Modello di Debye** (1912): solido come un'insieme di oscillatori di frequenza qualsiasi, ma limitata da  $\nu < \nu_{\max}$   
+ idea di Planck

$$c_V \approx \begin{cases} 3Nk_B & \text{se } T \text{ alta} \\ \frac{12\pi^4}{5} Nk_B \left(\frac{T}{\Theta}\right)^3 & \text{se } T \text{ molto bassa} \end{cases}$$

- **Dalton** (inizio XIX secolo): ipotesi dell'atomo
- **Thompson** (1904): sfera carica uniformemente di "elettricità" positiva nella quale orbitano dei corpuscoli di carica negativa.
- **Rutherford-Perrin** (1911): l'atomo è costituito da un nucleo molto piccolo ( $\sim 10^{-15}$  m) carico positivamente, attorno al quale orbitano gli elettroni, il cui raggio è dell'ordine di  $10^{-10}$  m

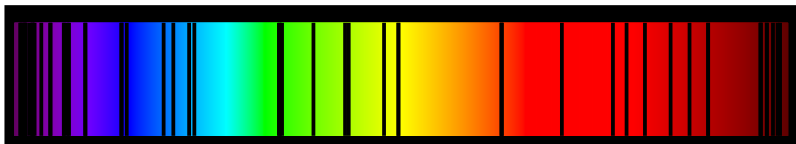


Fine del XIX secolo: si studiano gli **spettri atomici**.

- **Spettri di emissione:** ottenuti eccitando un gas e osservando la radiazione emessa dall'atomo.



- **Spettri di assorbimento:** ottenuti inviando luce su un gas ed osservando la radiazione che “lo attraversa”, quella mancante è stata assorbita dagli atomi.



- **Balmer** (1885): alcune righe spettrali dell'idrogeno

$$\nu_m = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \quad m \geq 3$$

- **Rydberg** (1890): esiste un insieme discreto di frequenze  $\{\nu_n\}$  tale che le frequenze  $\nu$  osservate negli spettri atomici soddisfano la relazione

$$\nu = \nu_n - \nu_m = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad m \geq n + 1$$

ad ogni  $n$  corrisponde una serie:  $n = 2$  Balmer,  $n = 1$  Lyman (1906),  $n = 3$  Paschen (1908),  $n = 4$  Brackett (1922) e  $n = 5$  Pfund (1924)

Il modello atomico di **Rutherford–Perrin** ha dei **problemi**:

- secondo l'elettrodinamica è instabile, poiché **l'elettrone irraggia** essendo accelerato, in circa  $1,6 \cdot 10^{-11}$  s l'elettrone cadrebbe sul nucleo,
- è **incompatibile con i dati della spettroscopia** poiché nelle transizioni atomiche esso prevede non delle righe discrete ma un continuo.

⇒ Il modello dell'atomo di Rutherford–Perrin non spiega ne la sua stabilità, ne l'esistenza di righe spettrali. **Siamo di nuovo in presenza di una nuova manifestazione di discontinuità nell'interazione tra materia e luce, laddove la teoria classica prevede una variazione continua.**

Nel 1913 **Bohr**, motivato dall'esempio dell'oscillatore armonico di Planck, con i suoi livelli di energia quantificati pone i

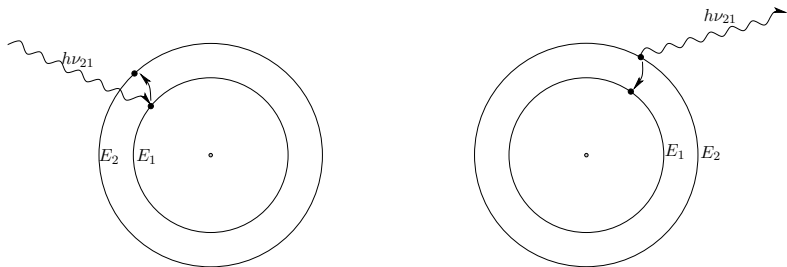
### Postulati di quantificazione di Bohr (1913)

- 1 Esistono degli *stati stazionari* dell'atomo, di energia  $E_n$  ben definita. In un tale stato l'elettrone non irraggia.
- 2 La radiazione emessa o assorbita da un atomo deve necessariamente soddisfare la condizione

$$h\nu_{nm} = E_n - E_m \quad (\text{"legge di Ryedberg"})$$

- 3 Per avere un moto circolare *stabile* di raggio  $R$  dell'elettrone attorno al nucleo (ossia uno stato stazionario) il momento angolare deve soddisfare la **condizione di quantificazione**

$$\|\vec{L}\| = pR = n\hbar \quad n \in \mathbb{N}^*$$



Usando la meccanica classica sulle orbite stabili, Bohr determina:

- il **raggio** delle possibili orbite circolari

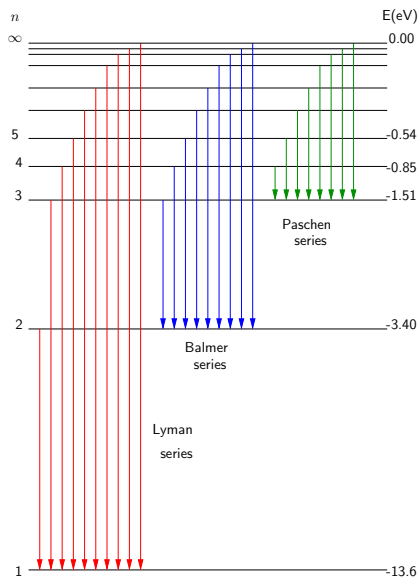
$$R_n = \frac{1}{Z} \frac{\hbar^2}{mke^2} n^2 = \frac{1}{Z} a_H n^2$$

dove  $a_H = \frac{\hbar^2}{mke^2} = 0,529 \text{ \AA}$  è chiamato **raggio di Bohr**

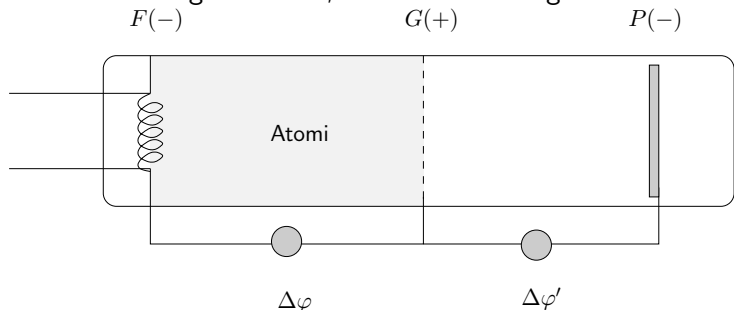
- i **livelli di energia** associati

$$E_n = -\frac{Z^2 R_\infty}{n^2} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

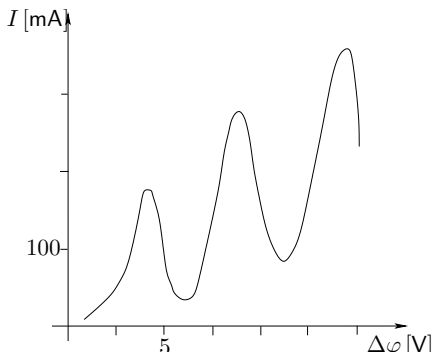
con  $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$ ,  $n$  è chiamato *numero quantico*.



Esperienza di collisioni inelastiche tra elettroni, che possiedono tutti la stessa energia cinetica, con atomi di un gas.



Al variare di  $\Delta\varphi \propto E^{cin}$ , si misura l'energia cinetica degli elettroni diffusi oltre la griglia  $G$ , rallentati da  $\Delta\varphi'$  affinché quelli che non hanno più sufficiente energia cinetica dopo le collisioni con gli atomi non riescano a raggiungere  $P$  in cui si misura una corrente  $I$ .



Il primo minimo corrisponde agli elettroni che hanno perso tutta la loro energia cinetica dopo una collisione con un atomo che si ritrova in uno stato eccitato, transizione:  $E_1 \rightarrow E_2$ . A partire dal secondo massimo gli elettroni sono in grado di eccitare durante le collisioni due atomi o un atomo nel secondo livello di energia, . . .

- Nel 1915 **Sommerfeld** osserva che la condizione di quantificazione di Bohr  $\|\vec{L}\| = n\hbar$  può scriversi come

$$\oint p_\varphi d\varphi = nh$$

- Estesa ad ogni grado di libertà (ogni variabile  $q_i$ ) si ha

$$\oint p_i dq_i = n_i h \quad n_i \in \mathbb{N}^*$$

nota come **postulato (o regola) di quantificazione di Bohr–Sommerfeld**.

- **Conseguenza:** quantificazione dello spazio

$$\oint L_z d\theta = mh \quad \implies \quad L_z = m\hbar .$$

**de Broglie (1923): Dualismo onda-particella**

A ogni particella di energia  $E$ , quantità di moto  $\vec{p}$ , è possibile associare un'onda di frequenza  $\nu$  e vettore d'onda  $\vec{k}$  dove

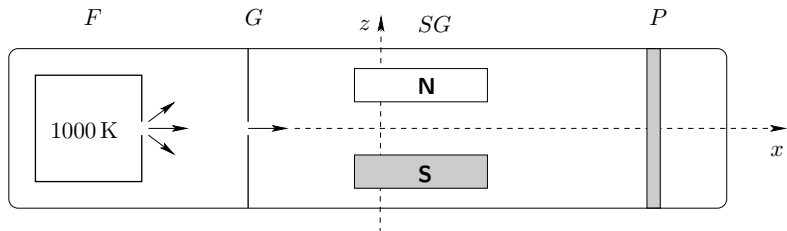
$$E = h\nu = \hbar\omega$$
$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda}\hat{p} = \hbar\vec{k}$$

e reciprocamente.

- Un comportamento di tipo ondulatorio per delle particelle materiali fu confermato sperimentalmente da Davisson e Germer nel 1927.
- Nelle teorie moderne della fisica quantistica, questo dualismo non è più ritenuto fondamentale, esso rimane un “modo” classico di interpretare la Natura, incompatibile con la filosofia quantistica della Natura.

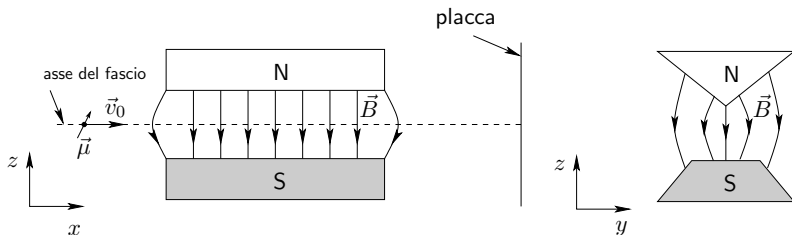
1922: **Stern e Gerlach**

- misura del **momento magnetico** di atomi di argento con un campo magnetico fortemente inhomogeneo
- **quantificazione dell'orientazione del piano dell'orbita** prevista dalla “vecchia” teoria quantistica



- Atomi di argento che possiedono un momento magnetico orientato in modo *aleatorio*, ma *isotropo*.

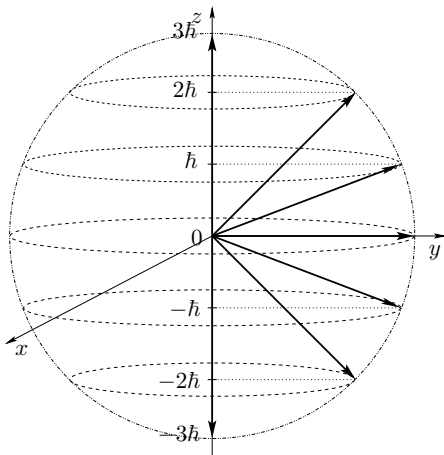
## L'apparecchio di Stern e Gerlach



il campo magnetico è fortemente inomogeneo.

- **Teoria di Bohr–Sommerfeld** (“vecchia” teoria quantistica)

$$L_z = m\hbar \quad \text{con} \quad m \in \{-l, \dots, l-1, l\}$$



- **Relazione momento magnetico – momento angolare**

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} \quad \mu_z = m\mu_B \quad \text{con} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

e  $m \in \{-\ell, \dots, \ell - 1, \ell\}$ .

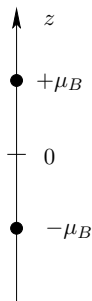
- $2\ell + 1$  possibili risultati: un numero **dispari**. Nel caso più semplice non triviale ( $\ell = 1$ )

$$\mu_z \in \{-\mu_B, 0, +\mu_B\} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$



## Risultati sperimentali

- Solo due punti di impatto simmetrici sull'asse  $z$



- Tutto accade come se ci fossero **solo due valori possibili**  $\pm\mu_B$  per  $\mu_z$ .

1925: **Uhlenbeck e Goudsmit**

- ipotesi che nello stato fondamentale l'atomo di argento ha un momento angolare orbitale nullo

$$\ell = 0 \implies m = 0 \implies \mu_z = 0$$

- la deviazione del fascio è dovuta a un **momento magnetico intrinseco**  $\vec{\mu}_s$ , che deve essere associato a un **momento cinetico intrinseco**  $\vec{S}$ , chiamato **spin**
- **lo spin è una proprietà intrinseca delle particelle** che caratterizza la sua interazione con il campo magnetico
- questo momento angolare non è associato ad una rotazione di materia (come nel caso del momento angolare orbitale)

Nuova **proprietà** dell'elettrone

- L'elettrone possiede **un momento angolare intrinseco**, chiamato **spin**, per il quale

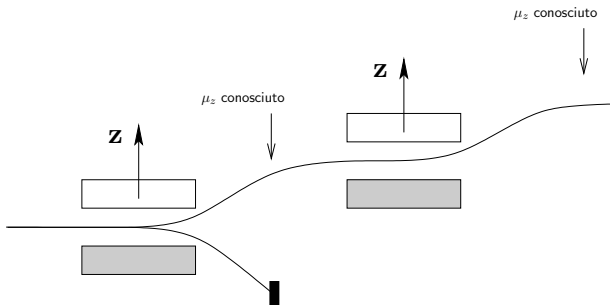
$$m_s = \pm \frac{1}{2} \hbar$$

- e **un momento magnetico intrinseco**

$$\mu_{s,z} = g \frac{e}{2m_e} m_s \quad g \approx 2$$

## Ulteriori esperimenti

- L'apparecchio di Stern–Gerlach **misura** effettivamente una grandezza fisica

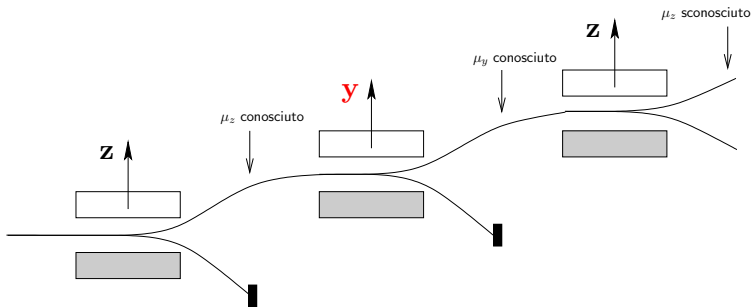


Ripetendo la stessa esperienza si osserva sempre lo stesso valore: dopo aver attraversato l'apparecchio di Stern–Gerlach l'atomo di argento si trova in uno stato ben definito caratterizzato dalla conoscenza esatta di  $\mu_z$ .

- SG ruotato di  $90^\circ$  attorno all'asse  $x$  (si misura  $\mu_y$ ): si osservano di nuovo due punti d'impatto ben definiti corrispondenti a

$$\mu_y = \pm \mu_B .$$

- Misura delle componenti  $\mu_z$  e  $\mu_y$ .



Siamo portati alle conclusioni seguenti:

- **esistono delle grandezze** (qui  $\mu_z$  e  $\mu_y$ ) **che non possono essere misurare in modo compatibile**, ossia in modo tale che il risultato di una misura non perturba i valori precedentemente conosciuti,
- se si conosce esattamente una grandezza (qui, per esempio,  $\mu_y$ ) non si conosce nulla sull'altra (qui  $\mu_z$ ),
- **i risultati di una misura sono generalmente aleatori**, anche se si conosce lo stato del sistema prima di essa.

- Il periodo di transizione suggerisce di **abbandonare la filosofia classica della Natura** e di intraprendere lo studio dei fenomeni del mondo microscopico su delle basi completamente nuove.
- **Ma** non esiste una teoria fisico–matematica in grado di descrivere tutti i fenomeni descritti precedentemente da un punto di vista unico,
- **e** non esisteva una teoria che presentasse l'aspetto monumentale che presentava per esempio la meccanica classica, l'elettrodinamica o la relatività.
- La “vecchia” meccanica quantistica è un insieme di regole senza grandi connessioni tra loro.

1925: **Heisenberg** e poi **Born** e **Jordan**

- Analisi critica della “vecchia” teoria quantistica.
- Abbandono dell’idea di di orbita elettronica (modello di Bohr).
- Ad ogni grandezza fisica osservabile è associata una matrice.
  
- L’idea è di considerare un problema di meccanica classica, caratterizziamo da un funzione dello stato  $(\vec{x}, \vec{p})$ , che rappresenta l’energia del sistema, essa è chiamata **funzione hamiltoniana** ed è notata  $H(\vec{x}, \vec{p})$ .

- Si cerca un sistema di  $2 \times 3 = 6$  matrici  $X_1, X_2, X_3$  e  $P_1, P_2, P_3$  che soddisfano le relazioni

$$X_i X_j - X_j X_i = 0$$

$$P_i P_j - P_j P_i = 0$$

$$X_i P_j - P_j X_i = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ i\hbar I & \text{se } i = j \end{cases}$$

- Per le quali la *matrice*

$$H = H(X_1, X_2, X_3, P_1, P_2, P_3)$$

chiamata **matrice hamiltoniana**, è diagonale.

- Gli elementi diagonali  $H_{ii}$  (**autovalori**) della matrice  $H$  sono i diversi livelli di energia del sistema.

1926: **Schrödinger**

- Ispirato dai lavori di de Broglie.
- Ad ogni sistema è associata una funzione  $\psi$ , chiamata funzione d'onda.
- L'idea è di considerare un problema di meccanica classica, caratterizziamo da un funzione dello stato  $(\vec{x}, \vec{p})$ , che rappresenta l'energia del sistema, essa è chiamata **funzione hamiltoniana** ed è notata  $H(\vec{x}, \vec{p})$ .

- Si scrive la funzione  $H(x_1, x_2, x_2, p_1, p_2, p_3)$  e si deduce l'equazione differenziale

$$H\left(x_1, x_2, x_3, -i\hbar\frac{\partial}{\partial x_1}, -i\hbar\frac{\partial}{\partial x_2}, -i\hbar\frac{\partial}{\partial x_3}\right)\psi(\vec{x}) = \lambda\psi(\vec{x})$$

- Questo può essere visto come un problema agli autovalori.
- Secondo la meccanica ondulatoria gli **autovalori**  $\lambda$  rappresentano i livelli di energia del sistema.
- Le autofunzioni corrispondenti invece sono in stretto rapporto con gli stati stazionari del sistema.

- Possibilità di trattare i casi in cui  $\psi$  dipende anche dal tempo, allora  $\psi(x_1, x_2, x_3; t)$  soddisfa

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\left(x_1, x_2, x_3, -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_1}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_2}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_3}\right) \psi$$

- data la funzione  $\psi(t_0)$  è possibile ottenere  $\psi(t)$  in modo deterministico.

## 1926: **Schrödinger**

- Equivalenza delle due teorie.

1926: **Born**

- $|\psi(\vec{x})|^2$  è la densità di probabilità di osservare il sistema in un punto  $\vec{x}$ , sapendo che esso è rappresentato dalla funzione  $\psi$ .
- È fondamentale osservare subito che l'interpretazione probabilista di Born non è associata ad una mancanza di informazione sullo stato (come accade quando si introducono delle probabilità in una teoria classica), ma semplicemente al fatto fondamentale che le leggi della Natura che governano i processi descrivibili con la fisica quantistica sono delle leggi di natura probabilista.

1927: **Heisenberg**

- **Principio di indeterminazione**

Esistono delle grandezze che non possono sempre essere compatibili ed esattamente misurabili; più aumenta la precisione su una, più diminuisce sull'altra.

- **Disuguaglianze di Heisenberg**

$$\Delta X_i \Delta P_i \geq \frac{\hbar}{2}$$

1928: **Bohr**

- **Principio di complementarità**

Esistono delle situazioni in cui *due aspetti* dati, relativi allo stesso sistema, non possono essere mai messi in evidenza simultaneamente, essi sono complementari.

- Appartiene all'**interpretazione di Copenhagen** (Bohr, Heisenberg e Born) non è condivisa da tutti (Einstein, de Broglie e Schrödinger)

⇒ Dibattito Einstein – Bohr (argomento EPR)

1928: **Dirac**

- **teoria relativista dell'elettrone**

$$\left( \sum_{\mu=0}^4 \gamma^{\mu} \partial_{\mu} + \frac{Mc}{\hbar} I \right) \psi = 0$$

- la prima equazione della fisica quantistica ad essere relativistica,
- prevede l'antimateria (1931), confermata dalla scoperta del positrone (1932).

- Dirac chiude così la più bella pagina della storia della fisica cominciata 28 anni prima da Planck con la scoperta della quantificazione dell'energia tradotta dal quanto d'azione (o costante di Planck)  $h$ .
- **von Neumann** (1932): sintesi matematica (teoria spettrale negli spazi di Hilbert).
- Seguono alcuni anni sul problema filosofico, poi dimenticato per 30 anni.
- Sviluppo della teoria quantistica del campo elettromagnetico (Feynman, Tomonaga e Schwinger, 1948) e delle interazioni nucleari.
- 1964: teorema di Bell + 1982: esperienza di Aspect.

**nuova filosofia della Natura.**