

---

# FISICA

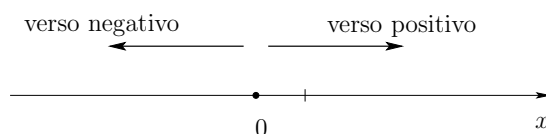
## Serie 6: Soluzioni

I liceo

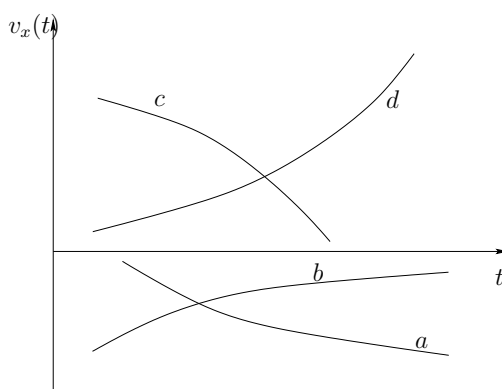
---

### Esercizio 1 *Alcuni esempi*

In tutti gli esempi si considera un sistema di coordinate orizzontale e orientato da sinistra a destra: infatti il segno della velocità  $v_x$  e dell'accelerazione  $a_x$  *dipende* dal sistema di coordinate scelto.



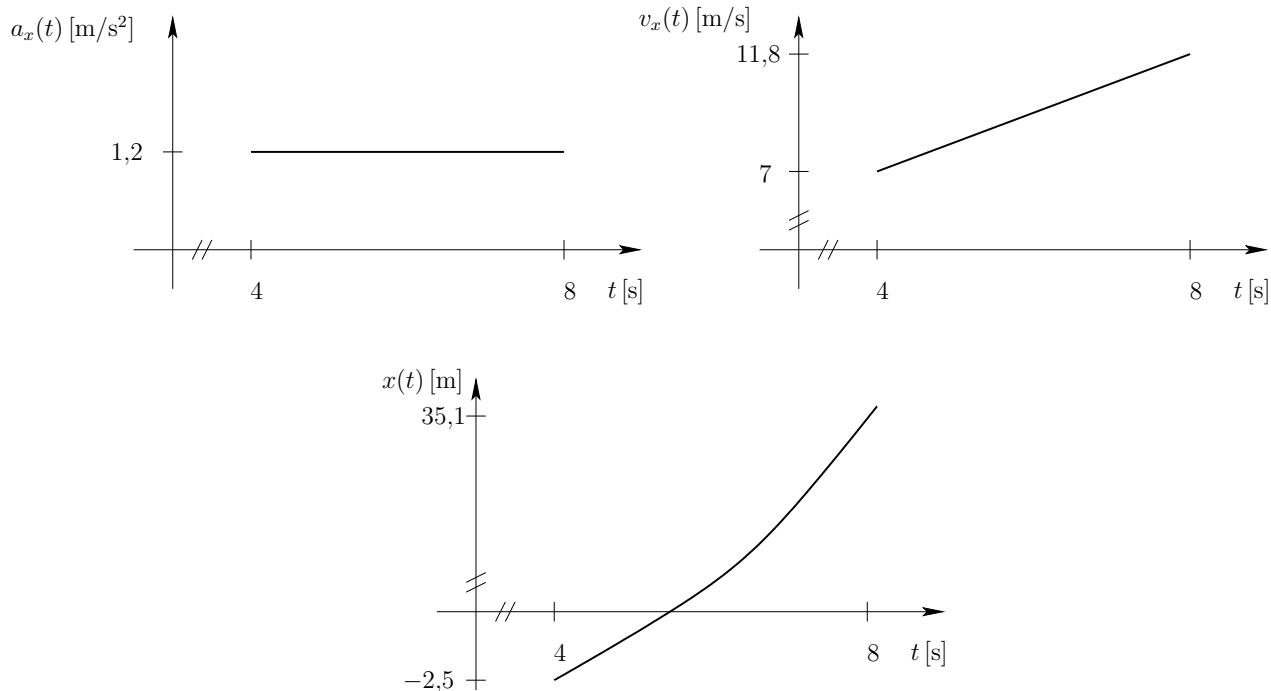
- a) Un corpo che si muove verso sinistra a  $v_x < 0$  e se “è spinto verso sinistra” l’accelerazione è negativa  $a_x < 0$ .
- b) Un corpo che si muove verso sinistra a  $v_x < 0$  e se “è frenato dal terreno (attrito)” l’accelerazione è negativa  $a_x > 0$ .
- c) Un corpo che si muove verso destra a  $v_x > 0$  e se “è frenato dal terreno (attrito)” l’accelerazione è negativa  $a_x < 0$ .
- d) Un corpo che si muove verso destra a  $v_x > 0$  e se “è spinto verso destra” l’accelerazione è positiva  $a_x > 0$ .



*Altri esempi:* con un sistema di coordinate orientato verso l'alto l'accelerazione dovuta alla gravità è negativa  $a_z < 0$  mentre se il corpo sale  $v_z > 0$  se scende  $v_z < 0$ .

La nozione di *movimento* è intrinsecamente legata al concetto di sistema di riferimento.

## Esercizio 2 Grafici

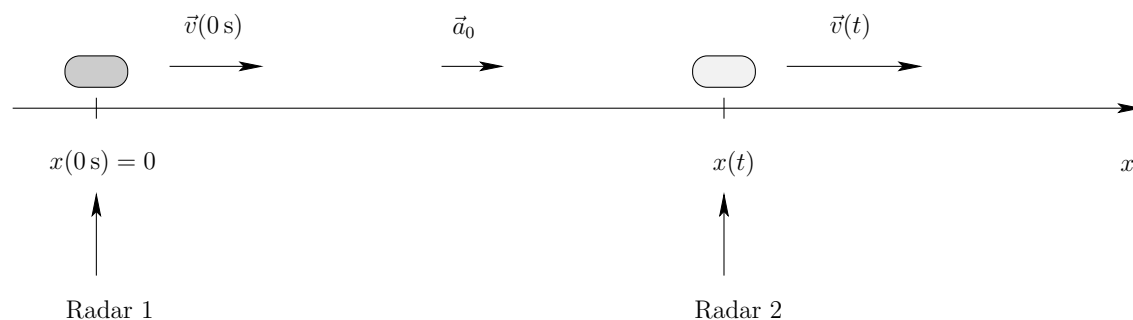


1. L'accelerazione è costante (si tratta di un MRUA).
2. Area =  $4,8 \text{ m/s}$  essa corrisponde alla variazione di velocità  $\Delta v_x$  tra gli istanti  $t_i = 4 \text{ s}$  e  $t_f = 8 \text{ s}$ .
3. La funzione  $t \mapsto v_x(t)$  è affine, la velocità aumenta costantemente.
4. Area =  $37,6 \text{ m}$  essa corrisponde alla variazione di posizione (= spostamento)  $\Delta x$  tra gli istanti  $t_i = 4 \text{ s}$  e  $t_f = 8 \text{ s}$ .
5. Pendenza =  $1,2 \text{ m/s}$ . La pendenza della retta nel grafico della funzione  $t \mapsto v_x(t)$  fisicamente corrisponde all'accelerazione.
6. La funzione  $t \mapsto x(t)$  è una parabola.
7. La pendenza della retta nel grafico della funzione  $t \mapsto x(t)$  fisicamente rappresenta la velocità.

### Esercizio 3 Doppio radar

Si tratta di un MRUA poiché l'accelerazione è costante.

Disegno della situazione (scegliamo  $t_0 = 0$  s l'istante in cui scatta il primo radar,  $t$  indica l'istante in cui scatta il secondo radar)



1.+2. Utilizzando le equazioni del MRUA

$$\begin{cases} x(t) = x(t_0) + v_x(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2 \\ v_x(t) = v_x(t_0) + a_0(t - t_0) \end{cases}$$

con i dati del problema otteniamo il *sistema di equazioni*

$$\begin{cases} 150\text{ m} = 33,3\text{ m/s}t + \frac{1}{2}a_0t^2 \\ 34,72\text{ m/s} = 33,3\text{ m/s} + a_0t \end{cases}$$

che dà come soluzione

$$a_0 = 0,31\text{ m/s}^2 \quad \text{e} \quad t = 4,41\text{ s} .$$

Il tempo impiegato è quindi 4,41 s e l'accelerazione è di 0,31 m/s<sup>2</sup>.

### Esercizio 4 Un grafico $t \mapsto v_x(t)$

1. Calcolando la pendenza del segmento di retta si ottiene  $a_x = -1,63\text{ m/s}^2$ .
2. All'istante  $t_1$  la pendenza della tangente vale  $-1,63\text{ m/s}^2$  e quindi l'accelerazione vale  $a_x(t_1) = -1,63\text{ m/s}^2$ .
3. L'equazione del segmento di retta è  $v_x(t) = 7,5\text{ m/s} - 1,63\text{ m/s}^2 t$ . Sapendo che  $v_x(t_2) = -3,4\text{ m/s}$  possiamo ricavare  $t_2$ :

$$-3,4\text{ m/s} = 7,5\text{ m/s} - 1,63\text{ m/s}^2 t_2 \quad \implies \quad t_2 = 6,7\text{ s} .$$

4. Calcoliamo l'area nel grafico  $t \mapsto v_x(t)$ : tra gli istanti  $t_0$  e  $t_1$  abbiamo

$$\text{Area}_1 = \frac{v_2 t_1}{2} = 17,25 \text{ m}$$

mentre tra gli istanti  $t_1$  e  $t_3$  abbiamo

$$\text{Area}_2 = \frac{[(t_3 - t_2) + (t_3 - t_1)]v_1}{2} = -28,73 \text{ m}$$

e quindi lo spostamento totale vale

$$\Delta x = \text{Area}_1 + \text{Area}_2 = 17,25 \text{ m} - 28,73 \text{ m} = 11,48 \text{ m} .$$

### Esercizio 5 *In montagna*

Sistema di coordinate con origine sulla cima del Cervino e orientato nel verso l'alto (poniamo  $t_0 = 0 \text{ s}$ ).

Dobbiamo trovare  $x_E(8 \text{ s})$  e  $x_P(8 \text{ s})$ . Per l'elicottero si ha un MRU e quindi

$$x_E(8 \text{ s}) = 10,0 \text{ m/s} \cdot 8 \text{ s} = 80 \text{ m}$$

per il paracadutista si ha un MRUA e quindi

$$x_P(8 \text{ s}) = \frac{1}{2}(-9,81 \text{ m/s}^2)(8 \text{ s})^2 = -313,92 \text{ m}$$

e quindi la distanza tra l'elicottero e il paracadutista dopo 8 s vale  $D = 393,92 \text{ m}$ .

### Esercizio 6 *Lancio in alto*

1. Poniamo  $t_0 = 0 \text{ s}$ . Il moto è un MRUA. Si ottiene  $t_{max} = 1,05 \text{ s}$ .
2.  $\Delta z = 5,41 \text{ m}$ .
3. L'accelerazione è sempre  $9,81 \text{ m/s}^2$  verso il basso.
4.  $v_{max} = 0 \text{ m/s}$  poiché all'apice della traiettoria l'oggetto è fermo.
5. L'accelerazione è sempre  $9,81 \text{ m/s}^2$  verso il basso.
6. Il tempo impiegato per arrivare a metà salita (quindi  $\Delta z = 2,71 \text{ m}$ ) lo si ottiene dall'equazione del MRUA inerente la posizione

$$\Delta z = z(t) - z(0 \text{ s}) = v_z(0 \text{ s})t + \frac{1}{2}a_0 t^2 \implies \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_z(0 \text{ s})t - \Delta z = 0 \quad (\star)$$

che è un'equazione di secondo grado del tipo  $ax^2 + bx + c = 0$  le cui soluzioni sono

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

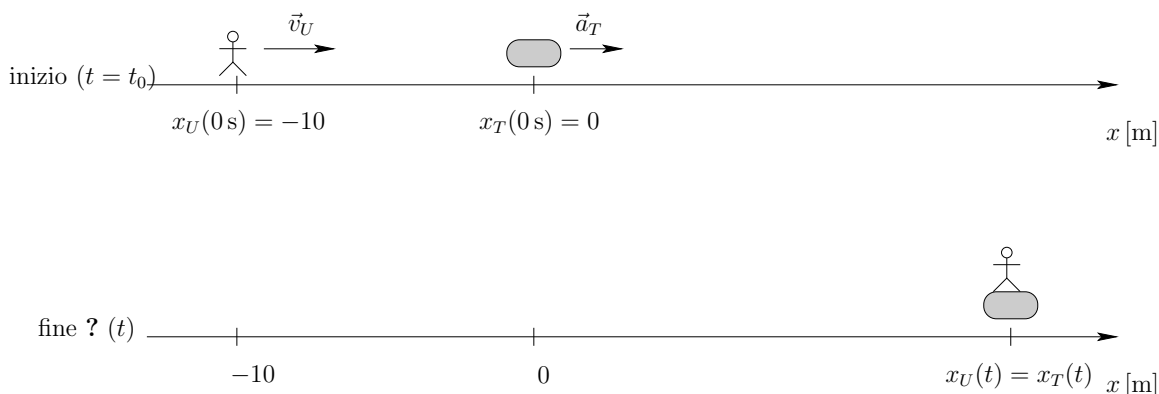
Utilizzando questa formula nell'equazione (\*) otteniamo

$$t_1 = 0,31 \text{ s} \quad \text{e} \quad t_2 = 1,79 \text{ s}$$

confrontando con il tempo di salita  $t_{max}$  concludiamo che la soluzione  $t_2 = 1,79 \text{ s}$  è da scartare, quindi  $t = t_1 = 0,31 \text{ s}$ .

### Esercizio 7 Rincorrere il treno

Disegno della situazione:



1. Utilizzando i dati (poniamo  $t_0 = 0 \text{ s}$ ), e considerando il fatto che il treno ha un MRUA mentre l'uomo ha un MRU, si ottiene

$$\begin{cases} x_T(t) &= \frac{1}{2}a_{0,T}t^2 \\ x_U(t) &= x_U(0 \text{ s}) + v_{0,U}t \end{cases} .$$

2. L'uomo ha la possibilità di saltare sul treno se esiste un certo  $t$  per il quale  $x_U(t) = x_T(t)$ . Ponendo questa uguaglianza si ottiene

$$\frac{1}{2}a_{0,T}t^2 = x_U(0 \text{ s}) + v_{0,U}t \implies \frac{1}{2}a_{0,T}t^2 - v_{0,U}t - x_U(0 \text{ s}) = 0$$

risolvendo questa *equazione di secondo grado*, otteniamo

$$t_1 = 3,1 \text{ s} \quad \text{e} \quad t_2 = 12,9 \text{ s}$$

questi tempi corrispondono alla situazione seguente: dapprima l'uomo raggiunge il treno all'istante  $t_1 = 3,1 \text{ s}$  e poi lo supera, dopodiché all'istante  $t_2 = 12,9 \text{ s}$  il treno (che accelera) recupera di nuovo l'uomo.

3.  $\Delta t = 9,8 \text{ s}$ .
4. Calcoliamo la posizione dell'uomo dopo  $3,1 \text{ s}$ :

$$x_U(3,1 \text{ s}) = -10 \text{ m} + 4 \text{ m/s} \cdot 3,1 \text{ s} = 2,4 \text{ m}$$

quindi l'uomo ha percorso  $\Delta x_U = x_U(3,1 \text{ s}) - x_U(0 \text{ s}) = 12,4 \text{ m}$ .

5.  $v_{x,T}(3,1 \text{ s}) = 1,55 \text{ m/s}$ .

### Esercizio 8 *Recupero*

1. Poniamo l'origine del sistema di coordinate nella posizione iniziale ( $t_0 = 0 \text{ s}$ ) dell'auto e l'orientamento nel verso del moto: quindi  $x_P(0 \text{ s}) = 24 \text{ m}$  e  $x_A(0 \text{ s}) = 0 \text{ m}$ ; quindi

$$\begin{cases} x_A(t) &= \frac{1}{2}a_{0,A}t^2 \\ x_P(t) &= x_P(0 \text{ s}) + v_{0,P}t \end{cases} .$$

2. Dopo 5 s abbiamo

$$x_A(5 \text{ s}) = 16,25 \text{ m} \quad x_P(t) = 33,0 \text{ m} \quad v_{x,A}(5 \text{ s}) = 6,5 \text{ m/s} \quad v_{x,P}(5 \text{ s}) = 1,8 \text{ m/s} .$$

3. Risolvendo l'equazione  $x_A(t) = x_P(t)$  otteniamo

$$t_1 = 7,6 \text{ s} \quad \text{e} \quad t_2 = -4,8 \text{ s}$$

e la soluzione  $t_2 < 0$  è da scartare quindi l'auto raggiunge la persona dopo 7,6 s.

### Esercizio 9 *Sasso in caduta*

1. Si tratta di un MRUA con accelerazione di  $9,81 \text{ m/s}^2$  verso il basso. Ponendo  $z(0 \text{ s}) = 0 \text{ m}$  e orientando il sistema di coordinate verso il basso, abbiamo l'equazione del MRUA per la posizione

$$z(t) = v_z(0 \text{ s})t + \frac{1}{2}a_0t^2 \implies v_z(0 \text{ s}) = \frac{z(t) - \frac{1}{2}a_0t^2}{t} = -6,72 \text{ m/s}$$

il sasso è stato lanciato verso l'alto.

2.  $v_z(3 \text{ s}) = v_z(0 \text{ s}) + a_0t = 22,72 \text{ m/s}$ .

### Esercizio 10 *Al semaforo*

Sistema di coordinate con origine al semaforo e orientato nel verso del moto (poniamo  $t_0 = 0 \text{ s}$ ).

1.  $\Delta x_A = x_A(5 \text{ s}) = 75 \text{ m}$  e  $\Delta x_M = x_M(5 \text{ s}) = 25 \text{ m}$ .

2. Il sorpasso avviene per il minor valore di  $t > 0$  per il quale  $x_M(t) = x_A(t)$ ,  
ossia

$$t^2 = 15t \implies t = 0 \text{ set } = 15 \text{ s}$$

la soluzione  $t = 0$  s corrisponde alla situazione in cui la moto e l'automobile si trovano al semaforo, quindi il sorpasso avviene dopo  $15 =$  s.

3.  $v_{x,A} = 15 \text{ m/s}$ ,  $v_{x,M} = 30 \text{ m/s}$ ,  $\Delta x_A = 225 \text{ m} = \Delta x_M$ .
4. Dobbiamo risolvere  $v_{x,M}(t) = 15 \text{ m/s}$  da cui  $t = 7,5$  s.

5. retta =  $x_A(t)$ , parabola =  $x_M(t)$ .

