FISICA

Serie 7: Soluzioni

II liceo

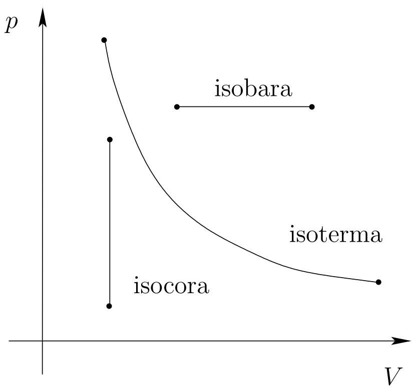
Esercizio 2 *Espansione libera di un gas ideale isolato*

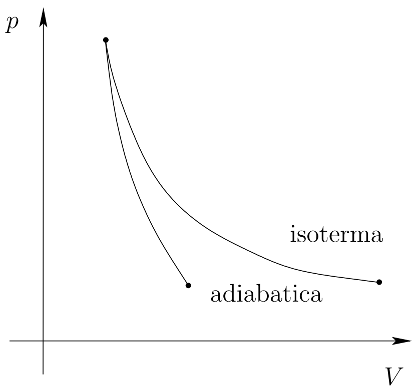
1. Durante l'espansione si ha $\Delta U = 0$ poiché il sistema è *isolato* e quindi $U_f = U_i$.
2. Se si descrive lo stato con (U,V,N) la funzione entropia $S(U,V,N)$ è
$$S(U,V,N) = S_0 + Nk_B \ln\left[\left(\frac{U}{U_0}\right)^c \frac{V}{V_0}\left(\frac{N_0}{N}\right)^{c+1}\right]$$
3. Abbiamo $N_f = N_i$, $V_f = V = 2V_i$ e S_0 l'entropia dello stato iniziale (ossia $(U_0,V_0,N_0) = (U_i,V_i,N_i)$) e
$$S(U_f,V_f,N_f) = S_0 + Nk_B \ln\frac{V_f}{V_i} = S_0 + Nk_B \ln 2$$
da cui $\Delta S = Nk_B \ln 2 > 0$.
4. Il processo appena discusso è **irreversibile**, infatti il gas, che all'inizio si trova in uno stato di equilibrio, una volta tolto il vincolo (la parete) si espande in tutto il sistema occupando il volume V, ma poi non ritornerà (spontaneamente) nello stato iniziale (ossia ad occupare il volume iniziale $V/2$). Il nuovo stato di equilibri finale possiede un'entropia maggiore dello stato iniziale e **il valore dell'entropia** è il **massimo compatibile con i vincoli** di energia e numero di particelle fissati. Osserviamo che un valore maggiore dell'entropia rispetto all'entropia iniziale lo si avrebbe se il gas occuperebbe per esempio $3/4$ del volume disponibile, ma ciò *non* corrisponde ad uno stato di equilibrio: come vedremo gli stati di equilibrio di un sistema isolato sono quelli che possiedono un entropia massima, compatibile con i vincoli. **L'evoluzione da uno stato di equilibrio al quale sono stati tolti dei vincoli è verso un nuovo stato di equilibrio con entropia massima**.
Osserviamo la relazione $\Delta S > 0 \longleftrightarrow$ l'irreveversibilità.

Esercizio 3 *Trasformazioni reversibili di un gas ideale*

1. Utilizzando l'equazione dei gas ideali $pV = Nk_BT$ si elimina p e si ottiene
$$\frac{Nk_BT}{V}V^\gamma = \text{cost} \Longrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cost}$$
e $\gamma - 1 = 1/c$.

2. Si ha l'equazione $p = \frac{\text{cost}}{V^\gamma}$ da cui





Esercizio 4 *Lavoro ed energia*

1. Per un processo adiabatico $Q = 0$ e quindi dal primo principio $\Delta U = W$ da cui $\Delta U = 640\,\text{J}$.

2. Da $\Delta U = \frac{5}{2} R \Delta T$ si ottiene $\Delta T = 30{,}81\,\text{K}$.

Esercizio 5 *Aria calda*

1. Dall'equazione del gas ideale $pV = nRT$ otteniamo la pressione iniziale

$$p_i = \frac{nRT_i}{V_i} = 105\,\text{kPa}$$

e poi utilizzando l'equazione delle adiabatiche $pV^\gamma = \text{cost}$ (e quindi si ha $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$) otteniamo ($\gamma = 5/3$)

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma = 276\,\text{kPa} .$$

2. la temperatura finale del gas si ottiene con l'equazione $T = \frac{pV}{nR}$ che dà il risultato $T_f = 465\,\text{K}$.

Esercizio 6 *Dilatazione adiabatica reversibile*

1. Utilizzando $TV^{1/c} = \text{cost}$ si ottiene
$$T_f = T_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{1/c} = 258\,\mathrm{K}\ .$$
2. Il fatto che il gas si sia raffreddato (da $310\,\mathrm{K}$ a $258\,\mathrm{K}$) significa che la sua energia interna è diminuita. L'energia interna persa è servita a svolgere il lavoro di espansione (per esempio sollevare un pistone).

Esercizio 7 *Tipo di gas*

1. Dobbiamo determinare γ, utilizziamo $pV^\gamma = \text{cost}$:
$$p_iV_i^\gamma = p_fV_f^\gamma \Longrightarrow \frac{p_i}{p_f} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^\gamma \Longrightarrow \ln\frac{p_i}{p_f} = \gamma\ln\frac{V_f}{V_i} \Longrightarrow \gamma = \frac{\ln\frac{p_i}{p_f}}{\ln\frac{V_f}{V_i}}$$
e si ottiene $\gamma = 5/3$, da cui si ha $c_p/c_V = \gamma = 5/3$.
2. Si tratta di un gas monoatomico $c = 3/2$.
3. La temperatura finale vale $T_f = 2{,}7\cdot 10^4\,\mathrm{K}$.
4. Vi sono $n = 4{,}5\cdot 10^4\,\mathrm{mol}$.