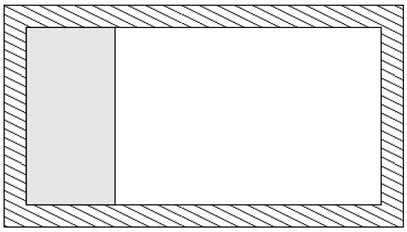
FISICA

Serie 9: Termodinamica IX

II liceo

Esercizio 1 *Principio di massima entropia per i sistemi semplici*

Considera un cilindro isolato di volume V_0 come nella figura qui sotto. Inizialmente ($t < 0$) una mole di un gas ideale con coefficiente $c = 3/2$ è limitato da una parete (adiabatica) nella parte sinistra del cilindro il cui volume è $V_0/4$. All'istante $t = 0$ la parete è tolta.



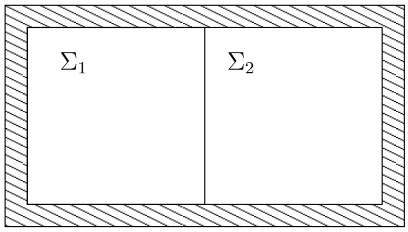
Il sistema è Σ = gas, si tratta di un sistema *semplice*. Lo stato di equilibrio iniziale è $(U_0, V_0/4, N_A)$.

1. Indica come descrivi lo stato e che relazione fondamentale è utile per studiare il problema. Indica le variabili geometriche e quelle termodinamiche che appaiono nello stato.
2. Rappresenta graficamente la relazione fondamentale in funzione dell'unica variabile libera.
3. Spiegando in dettaglio il tuo ragionamento, determina lo stato di equilibrio finale una volta tolta la parete.
4. Discuti la reversibilità del processo, giustificando la tua risposta.
5. Cosa puoi dire sulla variazione di temperatura durante il processo? Perché?

Esercizio 2 *Principio di massima entropia per i sistemi composti*

Considera un *sistema composto* $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ isolato, entrambi i sotto sistemi contengono una mole di gas ideale con coefficiente $c = 3/2$ e l'energia totale vale $U = 10\,\mathrm{kJ}$. Inizialmente ($t < 0$) Σ_1 e Σ_2 sono separati da una parte adiabatica fissa. All'istante $t = 0$ la parete è resa diatermica.

1. Con quali variabili (ossia quali osservabili) è utile descrivere lo stato di ogni sotto sistema?



2. Sfruttando le caratteristiche di questi osservabili descrivi lo stato del sistema totale con il numero *minimo* di variabili. Di queste variabili, solo una può essere modifica dopo la sostituzione della parete adiabatica con una parete diatermica, quale?

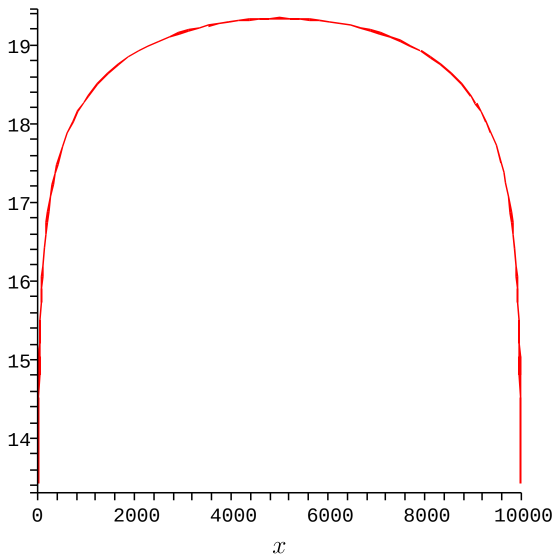
3. Scrivi la relazione fondamentale in termini delle variabili minime trovate sopra e rappresentala graficamente in funzione della variabile che può essere modificata.

4. Come fai a determinare lo stato di equilibrio finale? Trova questo stato. Lo stato finale corrisponde ad una situazione di equilibrio termico? Se si, quanto vale la temperatura di equilibrio?

5. Il processo è reversibile? Giustifica. (Non fare calcoli sfrutta la rappresentazione grafica).

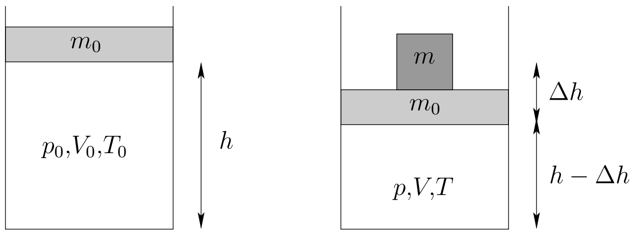
Rappresentazione grafica utile:

$$x \mapsto \ln(\alpha x) + \ln(\beta(10^4 - x)) \qquad \alpha,\beta > 0$$



Esercizio 3 *Processo adiabatico non quasi-statico*

Un cilindro verticale di altezza h_0 ed *adiabaticamente chiuso* contiene un gas ideale (=sistema) per il quale $c = 3/2$. Inizialmente la pressione del gas è equilibrata da un pistone di massa m_0 libero di muoversi *senza attrito* con le pareti del cilindro. La temperatura del gas è T_0. Si trascura la pressione atmosferica. Si pone sul pistone una massa m, poi si lascia. Le situazioni iniziale e finale sono rappresentate qui sotto.



1. Secondo te è possibile definire le grandezze termodinamiche (per esempio p o T) durante questa evoluzione per ogni istante? Se si perché, se no per quali istanti è possibile definirle?

2. Calcolare la pressione finale.

3. Calcolare il calore, il lavoro e la variazione di energia in questo processo in funzione della differenza di altezza Δh.
   Indicazione: La forza che agisce sul sistema è costante.

4. Determina la temperatura finale ed il volume finale del gas.

5. Determinare la variazione di entropia nei casi $m = \frac{1}{2}m_0$ e $m = 2m_0$. Dimostra poi in generale che $\Delta S > 0$[1]. Si ha un processo reversibile? Perché?

Domanda complementare: [2]
Se il processo precedente è rimpiazzato con una successione di L tappe in cui in ogni tappa si aggiunge una massa $\frac{m}{L}$ cosa puoi dire sulla reversibiltà? Quando il processo diventa quasi-statico? Il processo può diventare reversibile per un certo valore di L? (Utilizza l'ipotesi di assenza d'attrito per concludere che $\Delta S^{est} = 0$, con esterno = masse e pistone).

Esercizio 4 *Processo adiabatico quasi-statico e reversibile*

Si riconsidera la situazione dell'esercizio precedente (ricordiamo che il sistema è adiabaticamente chiuso), in cui però il processo segue l'adiabatica (reversibile[3]) pV^γ = costante, con $\gamma = 5/3$. Si suppone che la pressione finale è la stessa di quella dell'esercizio precedente.

[1] Difficile!

[2] Molto difficile!!!

[3] Si può dimostrare che ciò equivale ad aggiungere progressivamente delle masse piccolissime (in realtà $\delta m \to 0$) la cui somma (in realtà $\to \infty$) è uguale a m.

1. Calcolare la variazione di altezza Δh, la temperatura finale e quindi lo stato finale (U,V,N).
2. Verificare che la variazione di entropia è nulla. Perché?

Esercizio 5 *Radiazione cosmica di fondo*

L'Universo è considerato dai cosmologi una cavità come quella dell'esercizio 2 della serie 4, ossia contenente radiazione elettromagnetica, ed in continua in espansione. La temperatura attuale è $T = 2{,}7\,\mathrm{K}$ e l'entropia del gas di fotoni espressa in termini dello stato (U,V,N) è

$$S(U,V) = \tfrac{4}{3}\sigma^{1/4}U^{3/4}V^{1/4} \ .$$

1. Supponendo un'espansione isentropica (ossia ad entropia costante) determina quale sarà la temperatura della radiazione quando il volume dell'universo sarà duplicato rispetto a quello attuale.

   Indicazione: Utilizza anche le relazioni $U = \sigma V T^4$ e $p = \dfrac{U}{3V}$.
2. Se tra 10000 anni si misurasse una temperatura di $4{,}7\,\mathrm{K}$, questo è un segno che l'universo si sta espandendo o contraendo?