
FISICA

Serie 12: Soluzioni

Il liceo

Esercizio 1 *Velocità quadratica media*

- 1.
2. L'argon ha tre gradi di libertà, quindi $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 432 \text{ m/s}$.
3. L'ossigeno ha cinque gradi di libertà, quindi $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 632 \text{ m/s}$.
4. Per determinare l'energia cinetica media di *traslazione* si considerano unicamente i tre gradi di libertà associati alla traslazione, si ha quindi

$$\langle E^{cin} \rangle = \frac{3}{2} k_B T = 6,24 \cdot 10^{-21} \text{ J} .$$

La velocità quadratica media di traslazione dell'ossigeno è 483 m/s e si osserva che le molecole più leggere (ossia l'ossigeno rispetto all'argon) hanno una velocità quadratica media maggiore, in accordo con il fatto che l'energia cinetica (di traslazione) media è la stessa.

Esercizio 2 *Teorema di equipartizione*

1. Il numero di gradi di libertà è 6 (3 per la velocità e 3 per la posizione). Utilizzando il teorema di equipartizione otteniamo $U = 3Nk_B T$ e se $N = N_A$ possiamo scrivere $U = 3RT$.
2. Da $\Delta U = Q = mc_v \Delta T$ otteniamo $c_V = 3R/m = 3R/(Mn)$.
3. Per il ferro abbiamo $M = 55,84 \text{ g/mol}$ da cui $c_V = 446,45 \text{ J/(K} \cdot \text{kg)}$ e le tavole danno $c_V = 0,44 \cdot 10^3 \text{ J/(K} \cdot \text{kg)}$.

Esercizio 3 *Distribuzione di Maxwell-Boltzmann*

1. Graficamente $\text{Prob}\{v \in [v_1, v_2]\}$ rappresenta l'area sotto la curva della distribuzione di Maxwell-Boltzmann tra v_1 e v_2 .
2. L'intervallo $\Delta v (= 2 \text{ m/s})$ è talmente piccolo che possiamo considerare la funzione $f_{MB}(v)$ come costante al valore $v = 600 \text{ m/s}$. L'area (ossia l'integrale) cercato è quindi in buona approssimazione $f_{MB}(600 \text{ m/s}) \cdot \Delta v$. Si ottiene

$$\text{frazione di molecole con velocità in } [599 \text{ m/s}, 601 \text{ m/s}] = 2,62 \cdot 10^{-3}$$

quindi alla temperatura di 300 K lo 0,62% delle molecole di ossigeno avrà una velocità compresa tra 599 m/s e 601 m/s.

3. Le molecole che hanno una velocità nell'intervallo è N cot $\text{Prob}\{v \in [599 \text{ m/s}, 601 \text{ m/s}]\}$ con $N = N_A$ quindi $1,57 \cdot 10^{21}$.
4. Abbiamo $\langle v \rangle = 445 \text{ m/s}$; $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 483 \text{ m/s}$ e $v_{\max} = 395 \text{ m/s}$.

Esercizio 4 *Libero cammino medio*

1. Determiniamo N/V con la legge dei gas ideali

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T} = 2,44 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3}$$

da cui il libero cammino medio vale $\lambda = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

2. La frequenza media di collisione è data da

$$\text{frequenza} = \frac{\langle v \rangle}{\lambda} = \frac{445 \text{ m/s}}{1,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 4,1 \cdot 10^9 \text{ 1/s}$$

ossia, in media, ogni molecola di ossigeno compie più di 4 miliardi di collisioni al secondo.

Esercizio 6 *Quattro molecole in una scatola*

Abbiamo

	macrostato	Ω	$S_B [10^{-23} \text{J/K}]$	Prob
L L L L	I	1	0,00	1/16
R L L L L R L L L L R L L L L R	II	4	1,91	4/16
L L R R L	III	6	2,47	6/16
L R R R R L R R R R L R R R R L	IV	4	1,91	4/16
R R R R	V	1	0,00	1/16

Lo stato di entropia massima è quello con il maggior numero di microstati compatibili con il macrostato dato, si tratta del macrostato con due molecole a sinistra e due a destra. Questo macrostato è anche quello di probabilità massima.